

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2026.021



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



工程桩影响下土体回弹变形简化算法

杜童¹, 陈星屹¹, 宋二祥¹, 杨军¹, 王永成², 孙俊岭²

(1. 清华大学土木工程系, 北京 100084; 2. 中国铁路设计集团有限公司, 天津 300308)

摘要: 深基坑开挖卸荷引起的土体回弹将造成预先埋置的工程桩等竖向构件产生显著拉应力, 严重时导致构件断裂及结构失稳。针对传统 Geddes 应力解在卸荷回弹工况下的局限性, 首先基于数值分析, 揭示卸荷状态下桩侧阻分布规律, 确定中性点位置, 修正并推广了 Geddes 附加应力理论; 随后考虑土体小应变刚度特性, 结合分层总和法思想, 建立一种考虑桩-土相互作用的土体回弹简化算法; 进而采用三维有限元数值算法, 在单桩、群桩条件下对比验证简化算法的有效性, 并分析群桩效应对计算精度的影响。结果表明, 提出的简化算法计算结果略大于数值解, 具有一定安全储备; 单桩及群桩工况下的计算误差分别约 10% 与 23%, 误差来源主要在于对桩侧阻、端阻的简化; 借助北京城市副中心交通枢纽工程 V-D 基坑实测数据进行检验, 简化算法计算结果虽较数值解偏大约 32%, 但在整体趋势上与工程实际模型较为吻合, 表明该方法对于类似深基坑工程的工程抗拔桩设计与回弹预测具有参考价值。

关键词: 卸荷回弹; 工程桩; 附加应力; 三维有限元; 小应变刚度; 单桩-群桩分析

中图分类号: TU433 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(XXXX)XX-0001-10

Simplified algorithm for soil rebound deformation influenced by engineering piles

DU Tong¹, CHEN Xingyi¹, SONG Erxiang¹, YANG Jun¹, WANG Yongcheng²,
SUN Junling²

(1. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China; 2. China Railway Design Corporation, Tianjin 300308, P. R. China)

Abstract: Soil rebound induced by unloading in deep excavations can generate significant tensile stress in pre-embedded vertical structure components such as engineering piles. In severe cases, it may lead to component fracture and structure instability. To address the limitations of the traditional Geddes stress solution under unloading conditions, this study first reveals the distribution of pile shaft resistance and determines the neutral point position based on numerical analysis, thereby modifying and extending the Geddes additional stress theory. Subsequently, by incorporating soil small-strain stiffness characteristics and the layer-wise summation method, a simplified algorithm for soil rebound which accounts for pile-soil interaction is established. Furthermore, the validity of the simplified algorithm is verified through 3D finite element simulations under

收稿日期: 2025-12-23

基金项目: 国家自然科学基金区域创新发展联合基金重点项目(U24A2087)

作者简介: 杜童(2002-), 男, 博士生, 主要从事地下工程研究, E-mail: slgsdtt@163.com。

杨军(通信作者), 男, 研究员, 博士生导师, E-mail: junyang@tsinghua.edu.cn。

Received: 2025-12-23

Foundation items: National Natural Science Foundation of China - Regional Innovation and Development Joint Fund (No. U24A2087)

Author brief: DU Tong (2002-), PhD candidate, main research interest: underground engineering, E-mail: slgsdtt@163.com.

YANG Jun (corresponding author), researcher, doctoral supervisor, junyang@tsinghua.edu.cn.

both single pile and piles group conditions, and the influence of piles group effects on calculation accuracy is analyzed. The results indicate that the calculated values from the proposed simplified algorithm are slightly larger than the numerical simulation, providing a certain safety margin. The calculation errors for discrepancies primarily attributed to the simplifications of pile shaft and tip resistances. Finally, the simplified algorithm is validated using field measurement data from the V-D excavation of the Beijing Sub-Center Transportation Hub Project. Although the calculated results are approximately 32% larger than the numerical solutions, the overall trend is consistent with the actual engineering model, which suggests that the proposed algorithm offers valuable reference for the design of engineering uplift piles and prediction of soil rebound in similar deep excavations.

Keywords: unloading rebound; engineering piles; additional stress; three-dimension finite element; small-strain stiffness; single pile-piles group analysis

随着城市基础设施的快速发展,在人口稠密地区进行深基坑开挖变得十分常见,而深基坑开挖过程中引起的复杂土-结构构件相互作用会对工程本身及周边既有结构的安全构成威胁^[1]。对于采用逆作法进行施工的深基坑,预先埋置的工程桩不仅承受上部荷载,还在抑制土体回弹方面发挥着关键作用^[2]。由于桩、土刚度差异显著,土体回弹可能导致桩体拉伸破坏^[3],进而引发结构失稳甚至事故。研究工程桩影响下基坑回弹的预测与控制方法,为实际工程提供参考,具有明显的价值。

鉴于开挖卸荷为加载的逆过程,分层总和法这一常用于沉降分析的简化计算方法可被用于计算土体回弹^[4-6],而分层总和法的核心在于确定每层土中附加应力的分布模式。现有土体附加应力计算公式多在 Boussinesq 解与 Mindlin 解的基础上发展而来^[4-7],关键在于确定工程桩所受荷载的分布模式。Geddes 在 Mindlin 解的基础上,将桩的端阻简化为作用于桩轴线上的集中力,侧阻简化拆分为沿桩轴线均匀分布和线性分布的线荷载,推导了桩侧阻与桩端阻对周围土体产生的附加应力计算公式,被包括《建筑地基基础设计规范》^[8]与《建筑桩基技术规范》^[9]在内的行业规范纳入。此方法简化了桩端与桩侧阻的计算复杂性,并在众多研究中取得了良好的效果^[10-11]。然而,工程桩端阻、侧阻的分布受复合地基中的荷载分配^[12]、相对位移模式^[13]、土壤含水率与液化^[14]、桩端咬合模式^[15]等因素的影响,Geddes 法过于简化,难以应用于土体回弹情形,故推导工程桩影响下土体回弹计算简化算法意义重大。

有限元法(Finite Element Method,以下简称 FEM)已被证明在分析土体回弹变形方面是有效

的,而其预测变形的关键在于选取可准确描述土体变形行为的本构模型^[16-17]。在工程桩的约束下,土体变形控制严格,大量处于小应变区,刚度明显增大且呈现高度非线性^[18],需妥善考虑其对于算法的影响。笔者借助有限元软件 PLAXIS,采用考虑小应变刚度的硬化土(HSs)模型^[19],探究工程桩对土体卸荷回弹的影响机制,而后针对布设工程桩的大面积开挖问题,提出一种考虑工程桩影响的土体回弹计算简化算法,并借助理想单桩、群桩与实际工程算例验证了所提出算法的可行性。

1 土体回弹变形简化算法建立

1.1 回弹土中桩阻力分布及附加应力分析

Geddes 法利用 α 、 β 两个参数衡量桩端阻与侧阻对桩顶荷载的分担(图 1),无法正确反映土体卸荷回弹工况下桩阻力的分布情况。由于单桩受力特性本质上为轴对称问题,二维轴对称模型在数学上等价于三维模型,但计算效率更高,故针对单桩在开挖过程中的受力情况,考虑单层土体中埋置单桩这一最简单情形,以 PLAXIS 2D 建立轴对称 FEM 模型(图 2),其中桩长 $L=30$ m,桩径 $d=1$ m,开挖深度 $\Delta h=15$ m;为考虑空间效应,模型土体最大深度为 100 m,宽度 30 m(30 倍桩径),底边界为固定边界,侧边界约束法向变形;桩侧与桩底添加界面单元模拟桩-土相互作用,界面强度折减系数 R_{inter} 设为 0.7;不考虑地下水的影响。工程桩采用线弹性模型进行定义,弹性模量 $E=30$ GPa,泊松比 $\nu=0.2$;土体强度参数见表 1,为确保分析具有工程参考价值,参考北京城市副中心工程场地典型土层参数(见表 3、表 4)进行设定。

表 1 二维轴对称 FEM 模型土体参数

Table 1 Soil parameters for 2D axisymmetric FEM model

c/kPa	$\varphi/(\text{°})$	$\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$	ν_{ur}	$E_{50}^{\text{ref}}/\text{MPa}$	$E_{\text{oad}}^{\text{ref}}/\text{MPa}$	$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}/\text{MPa}$	m	$p_{\text{ref}}/\text{kPa}$	$G_0^{\text{ref}}/\text{MPa}$	$\gamma_{0.7}$
16	25	20.3	0.2	9.05	9.955	27.15	0.6	100	40.73	0.000 2

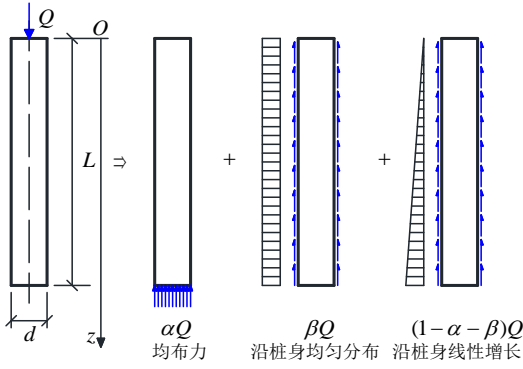


图1 Geddes法单桩阻力分布示意图

Fig. 1 Schematic diagram for single pile resistance distribution of Geddes method

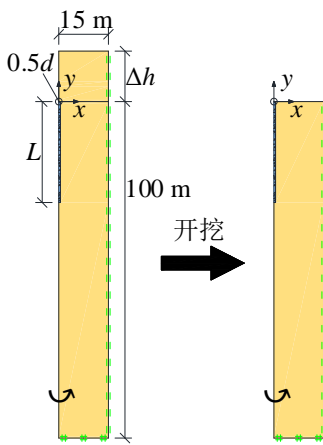


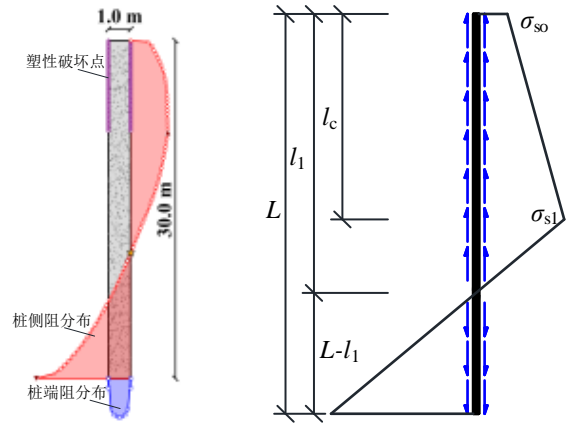
图2 单桩-单层土二维轴对称FEM模型

Fig. 2 Single pile & layer soil 2D axisymmetric FEM model

模型通过移除桩顶以上土体模拟开挖卸荷,计算得到桩侧阻、桩端阻与桩侧塑性破坏点分布形式(图3(a)),这再次印证了Geddes法的假设难以描述卸荷回弹下的桩侧阻;同时其显示,浅层桩-土界面更容易到达极限状态,这与土体的回弹是由浅至深发生、桩顶处桩-土相对位移率先发展,以及Mohr-Coulomb准则下浅层土体抗剪强度较小相符合。随桩深增加,桩-土相对位移减小,桩-土界面强度因自重应力的增加而增加,桩侧阻无法达到极限强度,逐渐减小,在中性点处减小为零并反向增加。

需要指出,由于工程桩预先埋置,其自重、侧阻与端阻已处于静力平衡状态,开挖过程会改变侧阻与端阻的分布形式,却不会改变桩的自重。因此,在分析开挖卸荷过程中桩对土产生的附加应力时无需考虑桩体自重。此外,土体在卸荷回弹过程中带动桩体上移,使端阻减小,端阻的影响范围有限,且对于桩周土体,此部分端阻将降低其所受向下附加应力,导致最终计算得到的土体回弹偏大。忽略端阻引起的附加引力是一种影响较小的保守简化。

综上,根据图3(a)呈现出的桩侧阻形式,将其



(a) 桩身阻力及塑性点分布 (b) 回弹下桩侧阻分布简化

图3 土体回弹下工程桩阻力分布及其简化

Fig. 3 Resistance distribution and its simplification of engineering pile under soil rebound

简化为图3(b)所示的分段线性分布。根据图3(b)可列出工程桩的竖向静力平衡条件

$$\frac{1}{4} \gamma_0 \Delta h d + \frac{1}{2} \sigma_{s1} (l_1 - l_c) + \frac{1}{2} (\sigma_{s0} + \sigma_{s1}) l_c = \frac{1}{2} \sigma_{s1} \frac{L - l_1}{l_1 - l_c} \cdot (L - l_1) \quad (1)$$

该方程左右两侧已约去桩截面周长 πd 。

通过将桩侧阻分解为满足Geddes法形式的荷载组合(图4,式(2)),从而引入附加应力系数^[20],可计算得到长 L 、直径 d 的圆截面工程桩引起的附加应力(式(3)),其中 I_{sr} 、 I_{st} 分别为半无限空间中均匀分布与线性分布桩侧阻附加应力系数,可以表示为双重积分。注意当应力计算点位于桩端平面圆心时计算会出现奇异点,此时可将计算点偏移一个小量后再进行计算。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= l_c \sigma_{s0} \cdot \pi d \\ Q_2 &= \frac{1}{2} l_c (\sigma_{s1} - \sigma_{s0}) \cdot \pi d \\ Q_3 &= \frac{(L - l_c)(L - l_1)}{l_c (l_1 - l_c)} (Q_1 + 2Q_2) \\ Q_4 &= \frac{(L - l_c)^2}{2l_c (l_1 - l_c)} (Q_1 + 2Q_2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{zr} = \frac{\pi d \cdot \sigma_{s0}}{l_c} \left(I_{sr}(l_c) - \frac{I_{st}(l_c)}{2} \right) + \frac{\pi d \cdot \sigma_{s1}}{l_1 - l_c} \left(\frac{l_1}{L} I_{sr}(L) - \frac{l_1}{l_c} I_{sr}(l_c) - \frac{I_{st}(L)}{2} + \frac{l_1}{2l_c} I_{st}(l_c) \right) \quad (3)$$

求解公式(3)需获得极限状态区深度 l_c 、中性点深度 l_1 ,以及这两个深度下的应力 σ_{s0} 与 σ_{s1} 。

为确定 l_1 ,在此考虑包括黏聚力 c 与摩擦角 φ 在内的桩周土强度指标、桩长 L 、开挖深度 Δh 、桩径 d

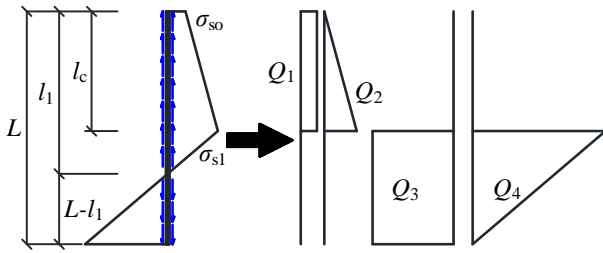


图 4 回弹土状态下桩侧阻分解示意图

Fig. 4 Splitting of pile's shaft resistance under soil rebound

及以表 1 为基准的桩周土变形模量比(表 2),在图 2 模型基础上进行建模,计算中性点所在深度与桩长的比值。最终 28 组参数组合的计算结果如图 5 所示,可见在开挖卸荷土体中,桩侧阻中性点位置变动对各影响因素并不敏感,故在本研究中将其取为定值以简化计算。

$$l_1 = 0.63L \quad (4)$$

对于 l_c ,此深度以上桩-土界面达到极限状态,桩侧阻由 σ_{s0} 增长到 σ_{s1} ,均达到 Morh-Coulomb 抗剪强度。考虑由上至下的开挖过程,未开挖土体对开挖面以下土体的抗剪强度有贡献,根据 PLAXIS 使用手册中采取的界面折减系数 R_{inter} ,有

$$\sigma_{si} = R_{inter} (K_{oi} \gamma_i h_i \tan \varphi_i + c_i) \quad (5)$$

式中: σ_{si} 、 K_{oi} 、 c_i 、 φ_i 为深度 h_i 处的桩侧阻、静止土压力系数、土体黏聚力与摩擦角, γ_i 为深度 h_i 以上土体的加权平均重度。对于 σ_{s0} 与 σ_{s1} ,有 $h_0 = \Delta h$ 、 $h_1 = \Delta h + l_c$,在 Δh 已知的前提下,其均与 l_c 相关联。

联立式(1)、(4)、(5),将得到一仅含未知数 l_c 的

表 2 桩侧阻分布形式影响因素分析参数

Table 2 Parameters for analysis of influencing factors on pile's shaft resistance distribution

编号	$\varphi/(^\circ)$	c/kPa	L/m	$\Delta h/\text{m}$	d/m	模量比
1	15	0	10	6	0.5	0.5
2	20	8	20	9	0.75	1.0
3	25	16	30	12	1	1.5
4	30	24	40	15	1.5	2.0
5	35	32	50	18	2	3.0
6				21		
7				24		
8				30		

注:“模量比”为各计算模型土体 HSs 模型的模量参数 E_{50}^{ref} 、 $E_{\text{red}}^{\text{ref}}$ 、 $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$ 、 G_0^{ref} 与表 1 中基准参数的比值。

一元方程,从而可唯一求解 l_c 。将 l_c 代入式(5)便可得到 σ_{s0} 与 σ_{s1} ,从而得到图 3(b)中桩侧阻的具体分布及此侧阻对土体产生的附加应力 σ_{z0} 。

1.2 基于 HSs 的分层总和法回弹简化算法

在开挖卸载过程中,开挖面以下深度 z 处的附加应力为

$$\sigma_z = \sigma_0(z) - \sigma_{zr}(z) \quad (6)$$

式中: σ_0 为坑底以上土体的卸载附加应力,对于大面积开挖基坑中部,可视为在坑底施加一竖直向上的均布荷载 p_0 ,即对任意深度 z 均有 $\sigma_0(z) = p_0$ 。

令分层总和法计算深度为 h_z ,计算深度内平均分层——层数为 n ,单层土厚 $\Delta z = h_z/n$ 。对第 i 个土层,硬化土本构(HS)模型回弹模量计算公式为

$$E_{\text{uri}} = E_{\text{uri}}^{\text{ref}} \left(\frac{c_i \cos \varphi_i + \sigma_{3i} \sin \varphi_i}{c_i \cos \varphi_i + p_{\text{ref}} \sin \varphi_i} \right)^{m_i} \quad (7)$$

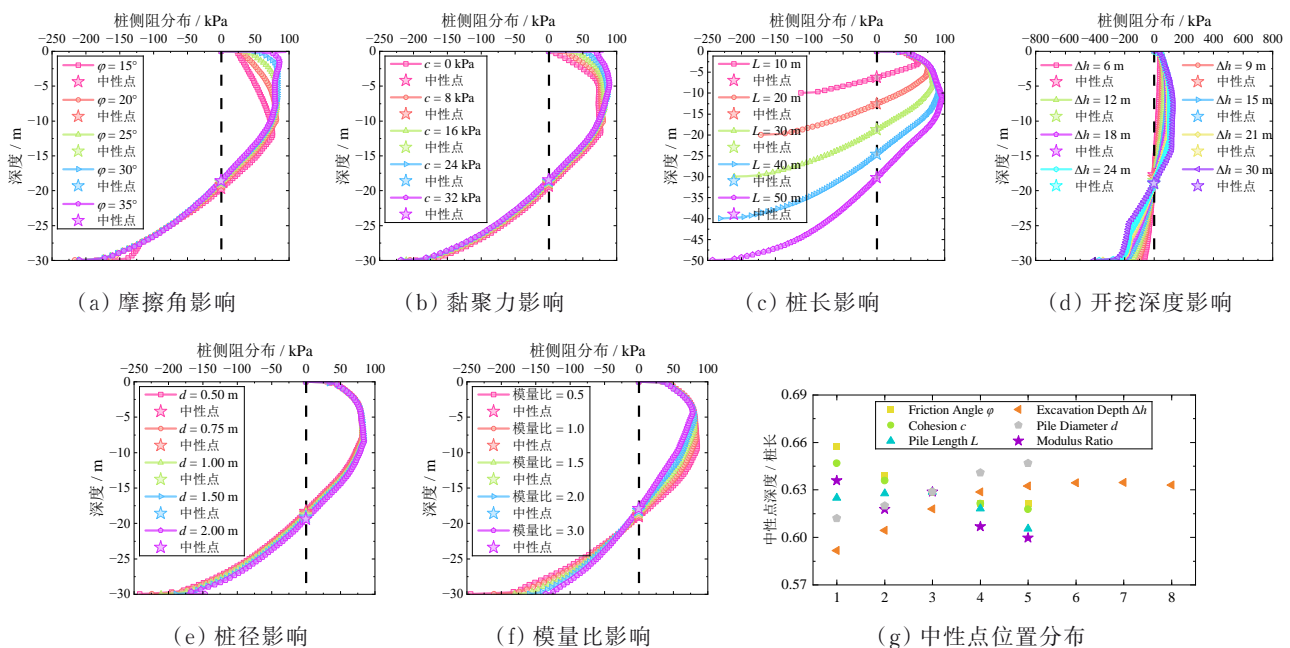


图 5 桩侧阻分布影响因素分析结果

Fig. 5 Analysis results of influencing factors on pile's shaft resistance distribution

式中: $E_{\text{uri}}^{\text{ref}}$ 为围压 p_{ref} 下三轴压缩试验的参考回弹模量,一般取 $p_{\text{ref}}=100$ kPa; m_i 为土体性质决定的幂指数; σ_{3i} 为土体固结应力中的小主应力,考虑基坑开挖为快速卸荷,可取作开挖前深度对应的 K_0 固结

$$\sigma_{3i} = K_0 \gamma \left[\left(i - \frac{1}{2} \right) \Delta z + \Delta h \right] \quad (8)$$

第 i 层土体的附加应力计算深度取土层底面深度,即 $z_i = i\Delta z$,则由式(6)、(7)有此层土的回弹变形满足如下关系

$$s_i = \frac{1}{E_{\text{uri}}} (\sigma_{zi} z_i - \sigma_{z(i-1)} z_{i-1}) \quad (9)$$

式(9)采用常规土工试验得到的回弹模量进行计算,未考虑土体的小应变刚度特性,计算结果偏大。在此基于HSs模型的基本规定,判断各土层是否处于小应变状态,随后对处于小应变状态的土层进行修正,得到最终的变形结果。具体步骤如下。

首先,计算第 i 层土的临界剪应变 $\gamma_{\text{cut},i}$

$$\gamma_{\text{cut},i} = \frac{\gamma_{0.7,i}}{0.385} \left(\sqrt{\frac{G_{0i}}{G_{\text{uri}}}} - 1 \right) \quad (10)$$

式中: $\gamma_{0.7,i}$ 为HSs模型中第 i 层土的阈值剪应变,初始剪切模量 G_{0i} 与卸载再加载剪切模量 G_{uri} 的计算式为

$$G_{0i} = G_{0i}^{\text{ref}} \left(\frac{c_i \cos \varphi_i + \sigma_{3i} \sin \varphi_i}{c_i \cos \varphi_i + p_{\text{ref}} \sin \varphi_i} \right)^{m_i} \quad (11)$$

$$G_{\text{uri}} = \frac{E_{\text{uri}}}{2(1 + \nu_{\text{uri}})} \quad (12)$$

随后,通过初步变形结果计算第 i 层土的平均回弹正应变

$$\epsilon_{1,i} = \frac{s_i}{\Delta z} = \frac{s_i}{z_i - z_{i-1}} \quad (13)$$

考虑大面积开挖下的一维变形问题,土体处于侧限状态,可使用偏应变第二不变量计算剪应变

$$\gamma_i = \frac{3}{2} \epsilon_{q,i} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{4}{3} J_{2,i}'} = \epsilon_{1,i} \quad (14)$$

最后,判断剪应变 γ_i 是否大于临界剪应变 $\gamma_{\text{cut},i}$,若 $\gamma_i \geq \gamma_{\text{cut},i}$,按式(7)计算土体回弹模量即可,否则土体处于小应变状态,回弹模量计算公式变更为

$$E_{\text{uri}}' = 2(1 + \nu_{\text{uri}}) \frac{G_{0i}}{\left(1 + 0.385 \left| \frac{\gamma_i}{\gamma_{0.7,i}} \right| \right)^2} \quad (15)$$

将式(15)代入式(9)便可计算小应变下土体回弹。

综上,由分层总和法可求得土体回弹变形量为

$$s_c = \sum_{i=1}^n s_i = \sum_{\gamma_i \geq \gamma_{\text{cut},i}} s_i + \sum_{\gamma_i < \gamma_{\text{cut},i}} s_i' \quad (16)$$

至此形成一套计算工程桩影响下土体卸荷回弹量的简化算法。

2 工程桩对土体回弹变形影响分析

2.1 简化算法单桩情形分析

为初步应用并检验提出的简化算法,首先以PLAXIS 3D建立大面积卸荷情形下单桩模型(图6),模型高120 m,水平面尺寸为30 m×30 m,桩布置于模型正中央,采用通用边界条件(底边界完全约束,侧边界约束法向位移),其他参数设置同表1。

模型施工过程为开挖桩顶以上15 m的土体,分别基于HSs本构下的FEM模型与提出的简化算法对此模型进行计算,计算结果如图7、图8所示。比较两个计算结果,可见简化算法整体偏大,与桩侧阻分布推导中的假设相符合。此外,由于简化算法采用分层总和法方式,土体变形被视作一维变形,而FEM模型更接近实际开挖情况,开挖卸荷将导致土体发生不同程度的水平位移,使FEM得到的土体竖向位移较小。

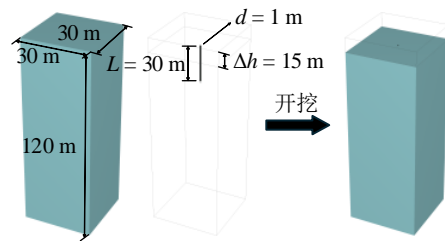


图6 单桩回弹变形分析模型

Fig. 6 Single pile rebound deformation analysis model

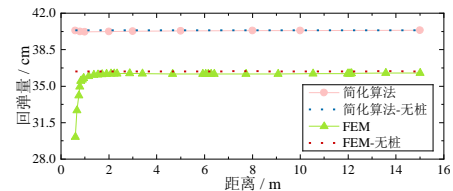
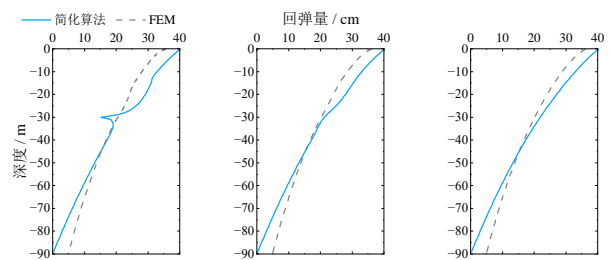


图7 单桩模型回弹变形分布

Fig. 7 Rebound deformation distribution for single pile model



(a) 距桩轴 1 m (b) 距桩轴 3 m (c) 距桩轴 10 m

图8 单桩模型回弹沿深度变化结果

Fig. 8 Rebound variation with depth of single pile model

同时,由图7可见,不论是简化算法还是FEM,回弹变形均只在距离工程桩较近的范围内变化明显,距离超过1 m后几乎不变。而对比两算法在有桩与无桩条件下的计算结果,可见单桩对于大尺度场地中的土体回弹影响十分有限;此外,在工程桩的约束下,FEM计算得到的回弹量在距离较小时明显减小,简化算法中“桩侧阻作用于轴线上”这一假设未能体现这一特点。但需要说明的是,在分析土体回弹问题时,土体整体的回弹变形应是关注的重点,因此简化算法在桩周范围内误差的增大不影响其在场地整体分析中的可行性,简化算法与FEM间的相对误差仅10%左右,可用于保守估计。

由坑底以下土体的回弹变形分布(图8)可见,两算法计算结果在整体上十分接近。对于深部土体,由于简化算法的变形计算在设定的计算深度处截断,其计算结果小于FEM结果;而图8(a)结果显示,简化算法在深30 m(即桩端)处计算出现波动,与算法推导过程中奇异值的出现相符,但此因素对总回弹变形的计算结果影响不大。

2.2 简化算法群桩情形分析

简化算法具有一定的可行性,但在实际工程中,为了控制回弹变形,大面积开挖的基坑中往往会布置群桩,故需将该简化算法推广至群桩情形。

在平面上以间距4 m(4倍桩径)的正方形网格布置工程桩,由对称性可知,各工程桩连线中点处竖直平面不应存在法向应变,故以PLAXIS 3D建立如图9所示的群桩模型。模型仍深120 m,水平面尺寸为4 m×4 m,采用通用边界条件,工程桩位于模型中央。由于工程桩对土体的约束随距离的增大而减小,模型坑底角点处为回弹最大点,故取图9中计算点计算卸荷下的回弹变形。

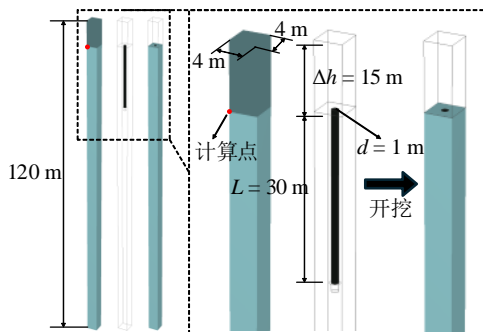


图9 群桩回弹变形分析模型

Fig. 9 Piles group rebound deformation analysis model

尽管图7结果显示,单桩对土体回弹的影响有限,但在大范围布置的群桩场景下,任意点均受到群桩的共同影响,故群桩分析时,简化算法需要考虑群桩效应。《建筑桩基技术规范》^[9]中规定单桩影

响范围为0.6倍桩长,故在此群桩模型中,需计算半径18 m范围内工程桩对计算点的附加应力。

计算点周围需纳入考虑的工程桩分布如图10所示,根据对称性可将其分为9类(图10中标记为深色的9根桩),每类工程桩对计算点产生的附加应力相同,在计算时叠加汇总。分别使用简化算法与FEM对该群桩模型进行计算,计算结果如图11所示。由图11(a)可见,简化算法得到的总回弹为31.65 cm,较FEM所得的25.64 cm偏大23.44%。

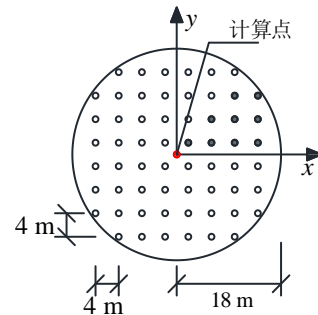
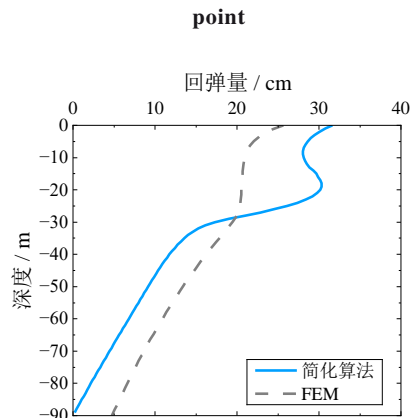
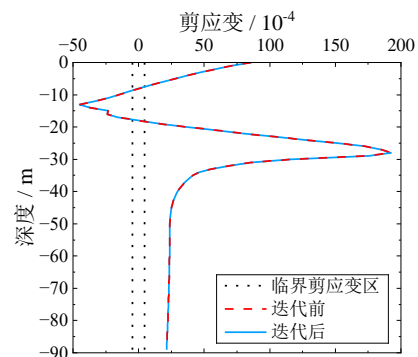


图10 计算点附加应力计算范围

Fig. 10 Additional stress calculation range at calculation point



(a) 计算点处两方法结果对比



(b) 土层剪应变与临界值对比

图11 群桩模型回弹变形计算结果

Fig. 11 Results of rebound for piles group model

相较于单桩模型,群桩模型下FEM总回弹变形减小约28%,说明群桩对回弹变形的约束作用明显;但群桩模型简化算法结果仅比单桩模型结果减

小约 21%,可见简化模型未充分反映群桩对回弹的约束,这也导致了群桩模型下简化算法与 FEM 间相对误差的增大。观察图 11(a)分布曲线,简化算法结果在深 20 m~30 m 间增长迅速,由式(4)可知,此深度对应中性点以下部分桩长,说明中性点以下部分侧阻被高估,这与附加应力计算公式推导过程中忽略端阻,使该段侧阻增大相符。整体上看,简化算法与 FEM 得到的回弹变形分布趋势较为接近,说明对于群桩工况,简化算法依旧合理可行。

图 11(b)给出了简化算法下群桩模型 90 个计算层的平均剪应变计算结果,可见模型计算得到的应变水平基本大于临界剪应变,故经过小应变迭代后变化较小。

3 简化算法实际工程案例验证

3.1 实际工程计算模型

为检验提出的简化算法在实际工程中的适用性,在此基于北京城市副中心交通枢纽(以下简称副中心)基坑工程建立回弹变形分析模型,应用简化算法与 FEM 分别计算并比较结果。

副中心基坑属于深大基坑,其中 V-D 区基坑形状规整、宽度大、开挖深,为控制坑内土体在施工过程中的回弹,坑底以矩形网格均匀布设有抗拔工程桩(图 12),网格尺寸 4 m×5 m,桩长 40 m,桩径 1 m。考虑其均匀布桩、大面积开挖工况,模型设置为与图 9 相似的“单桩+桩周土体”形式,仅需改变模型尺寸及强度参数(图 13)。

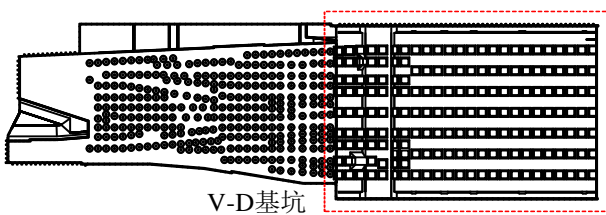


图 12 V-D 基坑平面布置

Fig. 12 General layout plan of V-D zone of excavation

模型顶面标高为 20 m,各土层层顶标高、土体强度与变形参数见表 3、表 4,其中砂土强度参数采用有效应力指标(表 3),可根据工程地勘报告得到;黏性土强度参数采用不固结不排水强度指标(表 4),以避免超静孔隙水压力引起的应力路径弯曲导致的对土体强度的高估^[21]。

3.2 多算法计算结果分析

为将提出的简化算法应用于实际工程案例,需确保工程桩侧阻中性点位置依旧满足式(4)假设。除寻找桩侧阻零点外,工程桩最大轴力位置也可用于判断中性点的位置。图 14(a)展示了通过 FEM

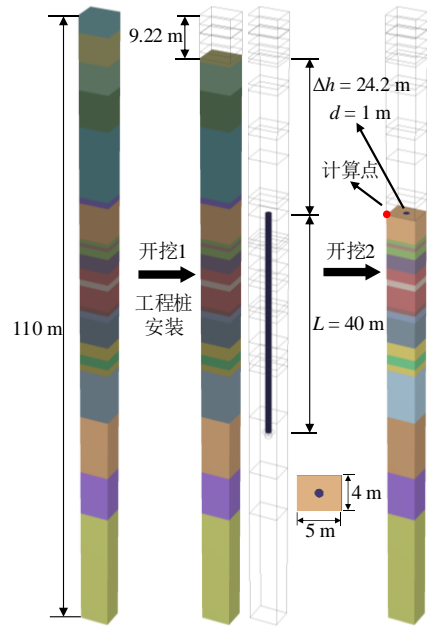


图 13 实际工程回弹变形分析模型

Fig. 13 Actual engineering excavation rebound deformation analysis model

获得的桩身轴向应力分布情况,可见由于工程场地由多层土构成,桩身轴力虽存在最大值,但最大值上下轴力变化并不单调,说明实际桩侧阻分布模式与图 3(b)假设存在差异,将导致简化算法误差增大。不过整体来看,其分布随深度增大呈增大趋势,随后不断减小;且图 14 显示,轴力最大值——即侧阻中性点位置位于 0.6L~0.7L 之间,与式(4)假设接近,简化算法依旧具有参考价值。

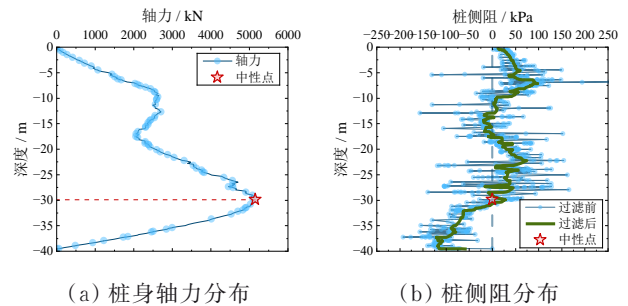


图 14 实际工程桩轴力与侧阻计算结果

Fig. 4 Axial force and shaft resistance results of actual engineering

简化算法在设置计算层时,需遵循不跨越土层、各计算层厚度不大于 1 m 的准则。划定纳入计算影响范围内的工程桩,影响半径为 24 m。最终简化算法与 FEM 的计算结果如图 15。由图 15(a)可见,简化算法与 FEM 计算得到的计算点回弹总量分别为 80.73 mm 与 60.86 mm,简化算法偏大 32.65%。简化算法应用于实际群桩工程所得回弹量曲线形式与理想群桩模型相似,回弹均在工程桩

表 3 工程场地砂土参数

Table 3 Soil parameters of engineering area for sand

编号	层顶标高/m	$\gamma_{unsat}/(kN/m^3)$	$\gamma_{sat}/(kN/m^3)$	c'/kPa	$\varphi'/(^\circ)$	E_{s1-2}/MPa	E_{50}^{ref}/MPa	E_{oed}^{ref}/MPa	E_{ur}^{ref}/MPa	G_0^{ref}/MPa	m	$\gamma_{0.7}/10^{-4}$	K_0
1-①	20.00	19.0	19.9	15.00	25.00	9.97	9.97	9.97	29.91	44.87	0.5	3.0	0.45
2-②	17.13	19.4	19.9	16.00	27.00	9.05	9.96	9.05	27.15	40.73	0.6	2.0	0.34
3-③	12.43	20.0	20.0	0.00	28.00	21.87	21.87	21.87	65.61	98.42	0.5	3.0	0.30
4-④	7.73	20.5	20.5	0.00	32.00	27.03	27.03	27.03	81.09	121.64	0.5	3.0	0.30
5-⑤	1.63	20.5	21.0	0.00	32.00	32.04	32.04	32.04	96.11	144.16	0.5	3.0	0.30
7-⑥	-11.37	20.6	21.0	0.00	34.00	37.11	37.11	37.11	111.34	167.01	0.5	3.0	0.30
9-⑦ ₂	-18.27	20.6	21.0	0.00	34.00	31.56	31.56	31.56	94.69	142.03	0.5	3.0	0.30
11-⑦ ₁	-20.27	20.6	20.8	59.50	34.70	29.38	32.32	29.38	88.14	132.21	0.6	2.0	0.32
12-⑧	-22.77	20.8	21.0	0.00	35.00	38.74	38.74	38.74	116.22	174.33	0.5	3.0	0.30
13-⑧ ₁	-24.77	20.6	20.7	5.00	25.00	49.86	54.85	49.86	149.58	224.37	0.6	2.0	0.32
14-⑧	-25.87	20.8	21.0	0.00	35.00	38.74	38.74	38.74	116.22	174.33	0.5	3.0	0.30
15-⑨ ₂	-29.57	20.3	20.5	19.00	31.60	33.94	37.33	33.94	101.82	152.73	0.6	2.0	0.33
17-⑨	-31.57	20.8	20.8	0.00	36.00	41.83	41.83	41.83	125.49	188.23	0.5	3.0	0.32
19-⑩ ₁	-38.47	20.7	20.8	21.30	29.90	37.03	40.73	37.03	111.09	166.64	0.6	2.0	0.33
21-⑩	-41.37	21.0	21.0	0.00	36.00	46.73	46.73	46.73	140.19	210.28	0.5	3.0	0.30
23-⑫	-52.87	21.0	21.0	0.00	36.00	52.26	52.26	52.26	156.79	235.19	0.5	3.0	0.30
25-⑬ ₁	-69.57	21.0	21.0	0.00	38.00	54.71	54.71	54.71	164.13	246.20	0.5	3.0	0.30

注:土层分类编号中①为素填土,②、⑦₁、⑧₁、⑨₂、⑩₁为黏质-砂质粉土,③、④、⑤、⑥、⑦₂、⑧、⑨、⑩、⑫、⑬₁为细砂-中砂。

表 4 工程场地黏土参数

Table 4 Soil parameters of engineering area for clay

编号	层顶标高/m	$\gamma_{unsat}/(kN/m^3)$	$\gamma_{sat}/(kN/m^3)$	c_0/kPa	$c_{inc}/(kPa/m)$	E_{s1-2}/MPa	E_{50}^{ref}/MPa	E_{oed}^{ref}/MPa	E_{ur}^{ref}/MPa	G_0^{ref}/MPa	m	$\gamma_{0.7}/10^{-4}$	K_0
6-⑥ ₁	-10.37	19.4	19.7	76.83	2.45	14.58	16.04	14.58	58.32	87.48	0.8	2.0	0.38
8-⑦	-17.57	19.7	19.9	97.48	3.53	18.23	20.05	18.23	72.92	109.38	0.8	2.0	0.38
10-⑦	-18.87	19.7	19.9	97.48	3.53	18.23	20.05	18.23	72.92	109.38	0.8	2.0	0.38
16-⑨ ₁	-30.37	19.2	19.4	53.96	1.38	17.94	19.73	17.94	71.76	107.64	0.8	2.0	0.33
18-⑩	-36.17	20.1	20.3	65.25	2.60	23.60	25.96	23.60	94.40	141.60	0.8	2.0	0.32
20-⑩	-40.17	20.1	20.3	65.25	2.60	23.60	25.96	23.60	94.40	141.60	0.8	2.0	0.32
22-⑪ ₁	-51.87	19.9	20.0	70.91	2.16	28.78	31.66	28.78	115.12	172.68	0.8	2.0	0.32
24-⑬	-63.37	20.3	20.4	79.45	3.16	28.79	31.67	28.79	115.16	172.74	0.8	2.0	0.33
26-⑭	-72.57	20.1	20.3	108.11	2.75	30.45	33.50	30.45	121.80	182.70	0.8	2.0	0.32

注:土层分类编号中⑥₁、⑦、⑩、⑪₁、⑬、⑭为重粉质-粉质黏土,⑨₁为黏土。

中性点以下部分上升较快,造成了其结果与FEM间的差异,同样反映了中性点以下桩侧阻被高估的问题。但总体来看,作为简化算法,其计算所得分

布曲线与FEM较为接近,提出的简化算法对实际工程应用依旧合理。

图 15(b)给出了简化算法下实际工程模型计算层的平均剪应变,可见初始计算结果中,部分土层处于小应变状态,而经过迭代后,初始计算结果中小于临界剪应变的土层的剪应变有不同程度的减小,且初始剪应变越小,迭代后的减小幅度越大。

4 结论

针对工程桩影响下土体开挖卸荷回弹量的计算,基于Geddes法给出了一种考虑土体小应变刚度的简化算法,并借理想模型与实际工程模型对简化算法进行了评价。主要结论如下:

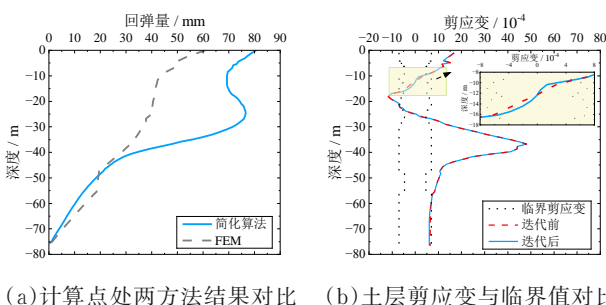


图 15 实际工程模型回弹变形计算结果

Fig. 14 Results of rebound for actual engineering model

1)由土体回弹引起的工程桩侧阻分布可保守地简化为分段线性分布。工程桩引起的附加应力可用推广的 Geddes 法进行计算,增强了 Geddes 法在土体回弹分析中的适用性。

2)简化算法解与 FEM 在理想模型下计算结果接近,具有一定可行性;但由于不能充分反映群桩约束效应、分层总和法对土体变形的夸大以及简化算法对桩侧阻中性点以下部分阻力的夸大,简化算法解较 FEM 解偏大 10%~20%。未来研究可通过深入考察群桩加固效应、分析桩端阻形式并将其纳入简化算法的方式进一步提升此算法的计算精度。

3)副中心 V-D 基坑工程下 FEM 所得桩侧阻中性点位置与简化算法的假设接近,但由于实际工程土体分层等原因,桩侧阻分布与假设间差异较大,使简化算法结果较数值解偏大 32.65%,不过由于回弹整体趋势依旧保持一致,提出的简化算法对于实际工程仍具有一定参考价值。

参考文献

- [1] Wang J H, Xu Z H, Wang W D. Wall and ground movements due to deep excavations in Shanghai soft soils [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2010, 136(7): 985-994.
- [2] He D L, Cheng Y H, Liu H W, et al. Pile-soil interaction and group pile effect in composite foundation under different pile length conditions [J]. *Buildings*, 2025, 15(8): 1248.
- [3] Iwasaki Y, Watanabe H, Fukuda M, et al. Construction control for underpinning piles and their behaviour [J]. *Géotechnique*, 1994, 44(4): 681-689.
- [4] 童星,袁静,姜叶翔,等.基于 Mindlin 解的基坑分层卸荷附加应力计算及回弹变形的多因素影响分析[J].*岩土力学*, 2020, 41(7): 2432-2440.
Tong X, Yuan J, Jiang Y X, et al. Calculation of layered unloading additional stress of foundation pit based on Mindlin solution and the analysis of multiple factors influencing the rebound deformation [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, 41(7): 2432-2440. (in Chinese)
- [5] 王涛,褚卓,刘金砺,等.基桩桩端平面下竖向均化附加应力研究及应用[J].*土木工程学报*, 2021, 54(9): 96-104.
Wang T, Chu Z, Liu J L, et al. Research and application of vertical homogenized additional stress under pile tip plane [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2021, 54(9): 96-104. (in Chinese)
- [6] 王涛,刘金砺,王旭. Mindlin 解均化应力法计算桩基沉降及工程应用[J].*土木工程学报*, 2019, 52(2): 78-85, 96.
Wang T, Liu J L, Wang X. Pile foundation settlement calculation based on Mindlin homogenized stress and its engineering application [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2019, 52(2): 78-85, 96. (in Chinese)
- [7] 赵国堂,赵如锋,刘俊飞.刚性桩复合地基主要受力区和沉降变形源[J].*铁道工程学报*, 2020, 37(12): 26-31, 37.
Zhao G T, Zhao R F, Liu J F. The main stress area and settlement deformation source of rigid pile composite foundation [J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2020, 37(12): 26-31, 37. (in Chinese)
- [8] GB 50007—2011 建筑地基基础设计规范[S].
GB 50007—2011 Code for design of building foundation [S]. (in Chinese)
- [9] JGJ 94—2008 建筑桩基技术规范[S].
JGJ 94—2008 Technical code for building pile foundations [S]. (in Chinese)
- [10] Girout R, Blanc M, Dias D, et al. Numerical analysis of a geosynthetic-reinforced piled load transfer platform-Validation on centrifuge test [J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2014, 42(5): 525-539.
- [11] Wang Z F, Cheng W C, Wang Y Q, et al. Simple method to predict settlement of composite foundation under embankment [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2018, 18(12): 04018158.
- [12] 奚望,周航,王增亮,等.冲刷成坑条件下砂土中单桩和群桩竖向受荷模型试验研究[J/OL].*土木与环境工程学报(中英文)*. <https://link.cnki.net/urlid/50.1218.TU.20250917.1453.002>.
Xi W, Zhou H, Wang Z L, et al. Experimental study on vertical loading model of single pile and group pile in sandy soil under scouring conditions [J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*. <https://link.cnki.net/urlid/50.1218.TU.20250917.1453.002>. (in Chinese)
- [13] 唐钱龙,李双龙,魏丽敏,等.软土区堆载对桥梁桩基偏位影响及纠偏措施[J].*土木与环境工程学报(中英文)*, 2024, 46(6): 126-134.
Tang Q L, Li S L, Wei L M, et al. Influence of surcharge loads in soft soils on bridge pile foundation deviations and its correction measures [J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2024, 46(6): 126-134. (in Chinese)
- [14] Ashour M, Ardalan H. p - y curve and lateral response of piles in fully liquefied sands [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2012, 49(6): 633-650.
- [15] 宗梓煦,郑鹏,邓泽田,等.仿生牙根桩承载性能透明土模型试验研究[J].*土木与环境工程学报(中英文)*, 2023, 45(4): 19-28.
Zong Z X, Zheng P, Deng Z T, et al. Bearing capacity characteristics of bionic teeth root pile based on transparent soil model testing technique [J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2023, 45(4): 19-28. (in

- Chinese)
- [16] 宋广, 宋二祥. 基坑开挖数值模拟中土体本构模型的选择[J]. 工程力学, 2014, 31(5): 86-94.
Song G, Song E X. Selection of soil constitutive models for numerical simulation of foundation pit excavation [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(5): 86-94. (in Chinese)
- [17] 宋二祥. 土力学理论与数值方法[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2020.
SONG E X. Theory and numerical methods in geomechanics [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2020. (in Chinese)
- [18] Jardine R J, Potts D M, Fourie A B, et al. Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction [J]. Géotechnique, 1986, 36(3): 377-396.
- [19] BENZ T. Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences[D]. Stadtmitte: University of Stuttgart, 2006.
- [20] 张瑜, 吴江斌, 蔡永昌. 考虑桩径和桩侧摩阻力分布的改进 Geddes 桩基沉降分析方法[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 2): 406-412.
Zhang Y, Wu J B, Cai Y C. A modified Geddes's method for estimating settlement of pile foundation considering influences of pile diameter and distribution pattern of shaft resistance [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(Sup 2): 406-412. (in Chinese)
- [21] 宋二祥. 饱和土不排水计算理论与方法探究[J]. 岩土工程学报, 2025, 47(1): 1-29.
Song E X. Theories and methods for undrained strength and deformation of saturated soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2025, 47(1): 1-29. (in Chinese)

(编辑 XXX)